

الهدف : حساب $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ يمثل عدد أو $(\pm\infty)$

حالة عدم التعيين $\frac{\infty}{\infty}$

$f(x)$ تتضمن كثيرات حدود فقط

تطبق القاعدة التالية :

عند الـ **اللـاـهـيـاـهـ** ، الـ **كـثـيـرـاـتـ** **الـحـدـوـدـ** لـ **هـذـهـ** **حـدـهـ** **أـكـبـرـ دـرـجـةـ**.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_k x^k = \lim_{x \rightarrow \infty} a_k x^k$$

$f(x)$ تتضمن جذراً $\sqrt{ }$

نستعمل طريقة التحليل :

وضع الحد الأكبر درجة كعامل مشترك

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} = |x| \sqrt{a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}}, \sqrt{\alpha x + \beta} = |x| \sqrt{\frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{x^2}}$$

حالة عدم التعيين $+\infty - \infty$

$f(x)$ تتضمن جذراً $\sqrt{ }$

$$f(x) = \sqrt{ax + b} + \alpha x + \beta$$

$$f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{\alpha x^2 + \beta x + \delta}$$

$$f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c} + \alpha x + \beta$$

$$a \neq \alpha$$

$$a = \alpha$$

$$\sqrt{a} = |\alpha|$$

$$\sqrt{a} \neq |\alpha|$$

نستعمل طريقة المرافق

نضم x كعامل مشترك

حالة عدم التعيين $\frac{0}{0}$

$\cos f(x)$ أو $\sin f(x)$ تتضمن

المقام من الشكل $(\alpha x + \beta)$

$f(x)$ تتضمن جذراً $\sqrt{ }$

$f(x)$ تتضمن كثيرات حدود

نظهر أحد النهايات الشهيرة التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$$

نستعمل طريقة العدد المشتق :

$$1 - اظهار العبرة \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$$

$$\dots\dots \frac{1}{\alpha x + \beta} = \frac{1}{\alpha} \times \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a} = g'(a) - 2$$

نستعمل طريقة المرافق :

$$1 - نضرب \frac{\text{المرافق}}{\text{المرافق}} \times f(x)$$

2 - ثم نختزل على $(x - a)$

نستعمل طريقة الإختزال :

1 - نحلل البسط و المقام

2 - ثم نختزل على $(x - a)$

$$f(x) = \frac{(x-a)(\dots\dots)}{(x-a)(\dots\dots)}$$

أمثلة حول كيفية إزالة حـعـتـ ٥

طريقة أخرى :

لـاحـظـ : المقام من الشـكـلـ (x-a)

يمـكـنـ استـعـمـالـ العـدـدـ المشـتـقـ

$$g(5) = 3 \quad g(x) = \sqrt{2x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{g(x)-g(5)}{x-5} = g'(5)$$

$$g'(5) = \frac{2}{2\sqrt{2 \times 5 - 1}} = \frac{1}{3} \quad \text{وـمـنـهـ} \quad g'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x-1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} = \frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{6x - \pi}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{البـسـطـ} \\ \text{لـفـوـيـعـيـضـ} \end{array} \right\} : x \rightarrow \frac{\pi}{6} \quad \left. \begin{array}{l} \text{حـعـتـ} \\ \text{المـقـامـ} \end{array} \right\} \leftarrow 0$$

نـلـاحـظـ الـبـسـطـ لـيـسـ كـثـيرـ حدـودـ وـلـاـ تـحـتـويـ الدـالـةـ عـلـىـ جـذـرـ

الطـرـيقـةـ : استـعـمـالـ العـدـدـ المشـتـقـ

$$x - \frac{\pi}{6} \quad \text{أـيـ} \quad \text{نـظـهـرـ فـيـ المـقـامـ (x-a)}$$

$$\frac{2 \sin x - 1}{6x - \pi} = \frac{2 \sin x - 1}{6(x - \frac{\pi}{6})} = \frac{1}{6} \times \frac{2 \sin x - 1}{x - \frac{\pi}{6}}$$

$$g(\frac{\pi}{6}) = 1 \quad \text{مـنـهـ} \quad g(x) = 2 \sin x$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{6x - \pi} = \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{g(x) - g(\frac{\pi}{6})}{x - \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{6} g'(\frac{\pi}{6})$$

$$g'(\frac{\pi}{6}) = 2 \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} \quad \text{وـمـنـهـ} \quad g'(x) = 2 \cos x$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{6x - \pi} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{0}{0} \quad \text{حـعـتـ} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{0}{0} \longrightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{x(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{\sqrt{x-2}}}{x \cancel{\sqrt{x-2}} \sqrt{x-2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x \sqrt{x-2}} = +\infty$$

$$(\lim_{x \rightarrow 2} x \sqrt{x-2} = 0^+) \quad \text{(لـأـنـ)}$$

$$\text{مثال 1 : } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x^2 + 4x + 4}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x^2 + 4x + 4}{x^2 - 5x + 6} \longrightarrow 0$$

نـزـيلـهـاـ بـطـرـيقـةـ الإـخـتـزالـ عـلـىـ (x-a)

تـذـكـيرـ



لـديـناـ 2 → x اـذـنـ نـخـتـزلـ عـلـىـ (x-a)ـ الـبـسـطـ وـ الـمـقـامـ

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x^2 + 4x + 4}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(-3x-2)}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(-3x-2)}{(x-3)} = 8$$

$$\text{مثال 2 : } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x^2 - 8x - 12}{x^3 + 8}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{الـبـسـطـ} \\ \text{لـفـوـيـعـيـضـ} \end{array} \right\} : x \rightarrow -2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{حـعـتـ} \\ \text{المـقـامـ} \end{array} \right\} \leftarrow 0$$

نـزـيلـهـاـ بـطـرـيقـةـ الإـخـتـزالـ عـلـىـ (x-a)

لـديـناـ 2 - جـذـرـ الـكـلـ مـنـ الـبـسـطـ وـ الـمـقـامـ إـذـنـ يـقـلـانـ الـقـسـمةـ عـلـىـ (x+2)ـ باـسـتـعـمـالـ الـقـسـمةـ الـإـقـليـدـيـةـ نـجـدـ :

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x+2)(x^2 - x - 6)$$

$$x^3 + 8 = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x^2 - 8x - 12}{x^3 + 8} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2 - x - 6)}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(-2)^2 - (-2) - 6}{(-2)^2 - 2(-2) + 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{0}{12} = 0$$

$$\text{مثال 3 : } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{الـبـسـطـ} \\ \text{لـفـوـيـعـيـضـ} \end{array} \right\} : x \rightarrow 5 \quad \left. \begin{array}{l} \text{حـعـتـ} \\ \text{المـقـامـ} \end{array} \right\} \leftarrow 0$$

نـلـاحـظـ وجـوـدـ جـذـراـ

الطـرـيقـةـ : ضـرـبـ الـبـسـطـ وـ الـمـقـامـ بـالـمـارـاقـ

$$\frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} = \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} \times \frac{\sqrt{2x-1}+3}{\sqrt{2x-1}+3}$$

Astuce

$$(\sqrt{A} - B)(\sqrt{A} + B) = A - B^2$$

$$\frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} = \frac{(2x-1)-3^2}{(x-5)(\sqrt{2x-1}+3)} = \frac{2(x-5)}{(x-5)(\sqrt{2x-1}+3)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2}{\sqrt{2x-1}+3} = \frac{1}{3}$$

أمثلة حول كيفية إزالة حـعـتـ ٥

طريقة أخرى :

لـاحـظ : المقام من الشـكـل $(x-a)$
يمكن استعمال العدد المشتق

$$g(5) = 3 \quad g(x) = \sqrt{2x-1} \quad \text{نـصـعـ} \quad \text{مـنـهـ}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{g(x)-g(5)}{x-5} = g'(5) \quad \text{يـصـبـحـ}$$

$$g'(5) = \frac{2}{2\sqrt{2 \times 5 - 1}} = \frac{1}{3} \quad \text{وـمـنـهـ} \quad g'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x-1}} \quad \text{لـدـيـنـاـ}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} = \frac{1}{3} \quad \text{وـبـالـتـالـيـ}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{6x - \pi} \quad \text{مـثـالـ 4}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{الـبـسـطـ} \\ \text{نـقـوـمـ بـالـتـعـوـيـضـ} \end{array} \right\} : x \rightarrow \frac{\pi}{6} \quad \left. \begin{array}{l} \text{حـعـتـ} \\ \text{الـمـقـامـ} \end{array} \right\} \leftarrow 0$$

نـلـاحـظـ الـبـسـطـ لـيـسـ كـثـيرـ حدـودـ وـلـاـ تـحـتـويـ الدـالـةـ عـلـىـ جـذـرـ
الطـرـيقـةـ : استعمال العـدـدـ المشـتـقـ

نـظـهـرـ فـيـ المـقـامـ $(x-a)$ أي $x - \frac{\pi}{6}$

$$\frac{2 \sin x - 1}{6x - \pi} = \frac{2 \sin x - 1}{6(x - \frac{\pi}{6})} = \frac{1}{6} \times \frac{2 \sin x - 1}{x - \frac{\pi}{6}}$$

$$g(\frac{\pi}{6}) = 1 \quad \text{مـنـهـ} \quad g(x) = 2 \sin x \quad \text{نـصـعـ}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{6x - \pi} = \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{g(x) - g(\frac{\pi}{6})}{x - \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{6} g'(\frac{\pi}{6}) \quad \text{يـصـبـحـ}$$

$$g'(\frac{\pi}{6}) = 2 \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} \quad \text{وـمـنـهـ} \quad g'(x) = 2 \cos x$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{6x - \pi} = \frac{\sqrt{3}}{6} \quad \text{وـبـالـتـالـيـ}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 2x} \quad \text{مـثـالـ 5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{الـبـسـطـ} \\ \text{نـقـوـمـ بـالـتـعـوـيـضـ} \end{array} \right\} : x \rightarrow 2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{حـعـتـ} \\ \text{الـمـقـامـ} \end{array} \right\} \leftarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{x(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{x \cancel{\sqrt{x-2}} \sqrt{x-2}} \\ = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x \sqrt{x-2}} = +\infty$$

$$(\lim_{x \rightarrow 2} x \sqrt{x-2} = 0^+) \quad \text{(ـلـأـنـ)}$$

$$\text{مـثـالـ 1} : \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x^2 + 4x + 4}{x^2 - 5x + 6} \quad \text{حـعـتـ} \quad \text{نـرـيـلـهـ بـطـرـيقـةـ الإـخـرـازـ عـلـىـ} (x-a)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x^2 + 4x + 4}{x^2 - 5x + 6} \longrightarrow 0$$

نـرـيـلـهـ بـطـرـيقـةـ الإـخـرـازـ عـلـىـ

تـذـكـيرـ



إـذـاـ كـانـ 0 = P(α) فـاـنـ P(x) تـقـبـلـ القـسـمـةـ عـلـىـ (x-α)

لـدـيـنـاـ 2 → x اـذـنـ يـخـتـلـ عـلـىـ (x-2) الـبـسـطـ وـالـمـقـامـ

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x^2 + 4x + 4}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(-3x-2)}{(x-2)(x-3)} \\ = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(-3x-2)}{(x-3)} \\ = 8$$

$$\text{مـثـالـ 2} : \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x^2 - 8x - 12}{x^3 + 8}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{الـبـسـطـ} \\ \text{نـقـوـمـ بـالـتـعـوـيـضـ} \end{array} \right\} : x \rightarrow -2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{حـعـتـ} \\ \text{الـمـقـامـ} \end{array} \right\} \leftarrow 0$$

نـرـيـلـهـ بـطـرـيقـةـ الإـخـرـازـ عـلـىـ (x-a)

لـدـيـنـاـ 2 - جـذـرـ الـكـلـ مـنـ الـبـسـطـ وـالـمـقـامـ إـذـنـ يـقـبـلـانـ القـسـمـةـ عـلـىـ (x+2) باـسـتـعـالـ القـسـمـةـ الإـقـلـيدـيـةـ نـجـدـ :

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x+2)(x^2 - x - 6) \\ x^3 + 8 = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x^2 - 8x - 12}{x^3 + 8} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2 - x - 6)}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} \\ = \frac{(-2)^2 - (-2) - 6}{(-2)^2 - 2(-2) + 4} \\ = \frac{0}{12} \\ = 0$$

$$\text{مـثـالـ 3} : \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{الـبـسـطـ} \\ \text{نـقـوـمـ بـالـتـعـوـيـضـ} \end{array} \right\} : x \rightarrow 5 \quad \left. \begin{array}{l} \text{حـعـتـ} \\ \text{الـمـقـامـ} \end{array} \right\} \leftarrow 0$$

نـلـاحـظـ وجـوـدـ جـذـراـ

الطـرـيقـةـ : ضـرـبـ الـبـسـطـ وـالـمـقـامـ بـالـمـارـاقـ

$$\frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} = \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} \times \frac{\sqrt{2x-1}+3}{\sqrt{2x-1}+3}$$

Astuce

$$(\sqrt{A} - B)(\sqrt{A} + B) = A - B^2$$

$$\frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} = \frac{(2x-1)-3^2}{(x-5)(\sqrt{2x-1}+3)} = \frac{2(x-5)}{(x-5)(\sqrt{2x-1}+3)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2}{\sqrt{2x-1}+3} = \frac{1}{3}$$

أمثلة حول كيفية إزالة حـعـت $\infty - \infty$ و $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x} - x + 1 : 3$$

$\infty - \infty \leftarrow \begin{cases} \sqrt{4x^2 + x} \rightarrow +\infty \\ -x + 1 \rightarrow -\infty \end{cases} \right\} : x \rightarrow +\infty$ (حـعـت)

Astuce

لـإـزـالـةـ حـعـتـ للـنـهـاـيـاتـ β فـإـنـاـ نـيـمـ حـالـتـيـنـ:

فـيـ هـذـهـ أـكـالـتـ نـبـعـ x كـعـاملـ مـشـرـكـ.

فـيـ هـذـهـ أـكـالـتـ نـسـتـعـمـلـ الـمـارـفـقـ.

لـاحـظـ الـمـعـالـمـ لـلـدـيـنـ الـأـعـلـىـ درـجـةـ 1

إـذـنـ فـيـ هـذـهـ الـحـالـةـ نـبـعـ x كـعـاملـ مـشـرـكـ

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x} - x + 1 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} |x| \sqrt{4 + \frac{1}{x}} - x + 1 \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sqrt{4 + \frac{1}{x}} - x + 1 \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{4 + \frac{1}{x}} - 1 + \frac{1}{x} \right) \\ &= +\infty \end{aligned}$$

(لأنـ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x + 3} + 2x : 4$$

$\infty - \infty \leftarrow \begin{cases} \sqrt{4x^2 + x + 3} \rightarrow +\infty \\ 2x \rightarrow -\infty \end{cases} \right\} : x \rightarrow -\infty$ (حـعـتـ)

لـاحـظـ الـمـعـالـمـ لـلـدـيـنـ الـأـعـلـىـ درـجـةـ 1

إـذـنـ فـيـ هـذـهـ الـحـالـةـ نـسـتـعـمـلـ الـمـارـفـقـ

$$\begin{aligned} \sqrt{4x^2 + x + 3} + 2x &= \frac{(\sqrt{4x^2 + x + 3} + 2x)(\sqrt{4x^2 + x + 3} - 2x)}{\sqrt{4x^2 + x + 3} - 2x} \\ &= \frac{(4x^2 + x + 3) - (2x)^2}{\sqrt{4x^2 + x + 3} - 2x} \\ &= \frac{x + 3}{|x| \sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}} - 2x} \\ &= \frac{x + 3}{\cancel{x}(1 + \frac{3}{x})} \\ &= \cancel{x} \left(-\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}} - 2 \right) \end{aligned}$$

بـماـ أـنـ $x \rightarrow -\infty$
فـإـنـ $|x| = -x$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 + x + 3} + 2x &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{3}{x}}{-\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}} - 2} \\ &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

(لأنـ: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x^2} = 0$)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + x - 3}}{1 - x} : 1$$

$\infty \leftarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + x - 3}}{1 - x} \longrightarrow +\infty$ (حـعـتـ)

نـسـتـعـمـلـ طـرـيقـةـ التـحـلـيلـ :

وـضـعـ الـحـدـ الـأـعـلـىـ درـجـةـ كـعـاملـ مـشـرـكـ ثـمـ التـبـسيـطـ

$$\sqrt{2x^2 + x - 3} = \sqrt{x^2(2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2})} = \sqrt{x^2} \sqrt{2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}$$

$$\sqrt{2x^2 + x - 3} = |x| \sqrt{2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}$$

تقـيـيـتـ :

لاـ تـنسـيـ: $\sqrt{x^2} = |x|$

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} = |x| \sqrt{a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}}$$

لـديـناـ:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2x^2 + x - 3}}{1 - x} &= \frac{|x| \sqrt{2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}}{x(\frac{1}{x} - 1)} \\ &= \frac{-\cancel{x} \sqrt{2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}}{\cancel{x}(\frac{1}{x} - 1)} \\ &= \frac{-\sqrt{2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}}{\cancel{(\frac{1}{x} - 1)}} \end{aligned}$$

نـذـكـرـ: $\begin{cases} |x| = -x, x \rightarrow -\infty \\ |x| = x, x \rightarrow +\infty \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + x - 3}}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}}{\frac{1}{x} - 1} = \frac{-\sqrt{2}}{-1} = \sqrt{2}$$

(لأنـ: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x^2} = 0$)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1 - \sqrt{-3x + 2}}{x - 2} : 2$$

لـاحـظـ: لما $\frac{\infty}{\infty} \leftarrow \frac{\infty}{\infty} \leftarrow \frac{\text{المقام}}{\text{البسط}}$ (حـعـتـ)

نـسـتـعـمـلـ طـرـيقـةـ التـحـلـيلـ: وـضـعـ x كـعـاملـ مـشـرـكـ ثـمـ الإـخـزاـلـ.

تقـيـيـتـ :

$$\sqrt{ax + b} = |x| \sqrt{\frac{a}{x} + \frac{b}{x^2}} \quad (x \neq 0)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1 - \sqrt{-3x + 2}}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1 - |x| \sqrt{\frac{-3}{x} + \frac{2}{x^2}}}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1 + x \sqrt{\frac{-3}{x} + \frac{2}{x^2}}}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(2 - \frac{1}{x} + \sqrt{\frac{-3}{x} + \frac{2}{x^2}} \right)}{x - 2} \rightarrow 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$