09 التحضير الجيد للبكالوريا 2015
الإختبار رقم 09

التمرين 01 :

I.1. عين الجذرين التربيعيين للعدد المركب : $3-4i$.

I.2. a ، b و c ثلاثة أعداد مركبة تشكل بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية حسابية.

عين الأعداد المركبة a ، b و c بحيث : $\begin{cases} a+b+c=6+6i \\ a.b.c=-30+18i \end{cases}$

I.3. نفرض أساس المتتالية $2-i$. ما رتبة الحد الذي قيمته $38-19i$ ؟

II. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C حيث : $z_A=3i$; $z_B=2+2i$ و $z_C=4+i$.

II.1. بين أن النقط A ، B و C في استقامية.

II.2. عين لاحقة النقطة D نظيرة النقطة B بالنسبة للنقطة O.

II.3. عين لاحقة النقطة F صورة النقطة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

II.4. بين أن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث :

$|iz+3|=|z-2+4i|$ هي المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $4x-14y-11=0$.

II.5. عين معادلة (Δ') صورة (Δ) بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$.

II.6. أكتب الشكل المركب للدوران الذي مركزه D وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

التمرين 02 :

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بالشكل : $u_0=3$; $u_{n+1}=\frac{u_n+v_n}{2}$ و $v_0=4$; $v_{n+1}=\frac{u_{n+1}+v_n}{2}$.

1. أحسب u_1, v_1, u_2 و v_2.

2. لتكن المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n=v_n-u_n$.

2.أ. برهن أن المتتالية (w_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

2.ب. أحسب w_n بدلالة n ثم عين نهاية المتتالية (w_n) .

3.أ. أدرس اتجاه تغير المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

3.ب. برهن أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان. ماذا تستنتج ؟

4. نفرض المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالشكل : $t_n=\frac{u_n+2v_n}{3}$.

4.أ. برهن أن المتتالية (t_n) ثابتة.

4.ب. استنتج نهاية المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

التمرين 03 :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نفرض المستقيم (Δ) يشمل النقطة $A(0;0;3)$ ، وشعاع توجيهه $\vec{u}(1;0;-1)$ ، والمستقيم (Δ') يشمل النقطة $B(2;0;4)$ ، شعاع توجيهه $\vec{v}(0;1;1)$.

نفرض M نقطة من (Δ) و M' نقطة من (Δ') بحيث : $\overrightarrow{AM}=a\vec{u}$ و $\overrightarrow{BM'}=b\vec{v}$. a و b عددان حقيقيان.

1. عين إحداثيات M ; M' و $\overrightarrow{MM'}$ بدلالة a و b.

2. بين أن $MM'^2=(a+b)^2+(a-1)^2+(b+1)^2+3$.

3. برهن أن المستقيم (MM') عمودي على (Δ) و(Δ') إذا وفقط إذا كان : $\left.\begin{matrix} 2a+b=1 \\ a+2b=-1 \end{matrix}\right\}$

4. حل الجملة ثم استنتج إحداثيات النقطتين $M\,;\,M'$. استنتج أن : $MM'=\sqrt{3}$. فسر النتيجة.

التمرين 04 :

f الدالة المعرفة على $D=\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=(x+1)\ln|x-2|$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

1. عين نهاية الدالة f عند حدود المجالات.

2. بين أنه من أجل كل x من D : $f'(x)=\dfrac{x+1}{x-2}+\ln|x-2|$.

3. عين نهايات الدالة f' عند حدود مجالات التعريف.

4. أحسب $f''(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f'، ثم شكل جدول تغيراتها .

5. بين أن الدالة f' تنعدم في نقطة وحيدة من المجال $]-\infty;2[$ ، ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

6. شكل جدول تغيرات الدالة f .

7. ما هو عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟ بدون تبرير.

8. أرسم المنحنى (C_f).

9. لتكن الدالة g المعرفة بـ : $g(x)=|f(x)|$

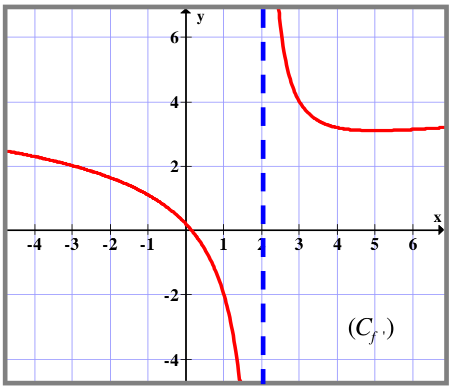
9.أ عين نهايات الدالة g مستعينا بنهايات الدالة f .

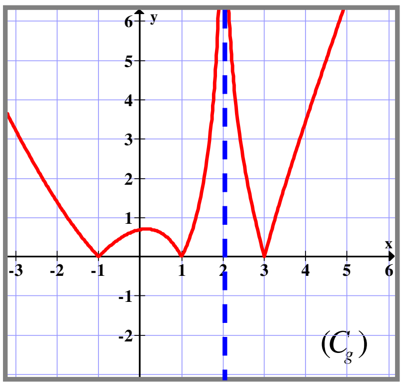
9.ب شكل جدول تغيرات الدالة g .

9.جـ أرسم المنحنى (C_g).

9.د حل المعادلة : $g(x)=\lambda$. (λ عدد حقيقي).

10. أرسم منحنى الدالة f'





حلول تمارين الاختبار 09

الحل المفصل للتمرين 01 : ....

I.1. تعيين الجذرين التربيعيين للعدد المركب : $3-4i$

نفرض $\delta = x+yi$ أحد الجذرين، فيكون : $\delta^2 = 3-4i$

$\delta^2 = 3-4i$ تكافئ : $(x+yi)^2 = 3-4i$

$$\Leftrightarrow \left.\begin{matrix} x^2-y^2=3 \\ x^2+y^2=5 \\ xy=-2 \end{matrix}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left.\begin{matrix} x^2=-4 \\ xy=-2 \end{matrix}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left.\begin{matrix} (x=2) \text{ أو } (x=-2) \\ xy=-2 \end{matrix}\right\}$$

$\Leftrightarrow (x;y) \in \{(2;-1),(-2;1)\}$.   إذن : الجذران هما $2-i$ و $-2+i$.

I.2. تعيين الأعداد المركبة a ، b و c :

a ، b و c حدود متتابعة لمتتالية حسابية، هذا يعني : $a+c=2b$ وعندئذ :

$(a+b+c=6+6i)$ تكافئ : $3b=6+6i$ ، ومنه : $b=2+2i$.

لنستعين بالمخطط :

$$\begin{matrix} a & b & c \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ b-r & b & b+r \end{matrix}$$

فيكون :

$a.b.c=-30+18i$ تكافئ : $(b-r)(b+r)=\dfrac{-30+18i}{2+2i}$

$$\Leftrightarrow b^2-r^2=\frac{-15+9i}{1+i}$$

$$\Leftrightarrow r^2=(2+2i)^2-\frac{-15+9i}{1+i}=8i+\frac{15-9i}{1+i}=8i+\frac{1}{2}(6-24i)=3-4i$$

إذن : $r^2=3-4i$ ، ومنه : $(r=2-i)$ أو $(r=-2+i)$ ، ويكون :

$r=2-i$:

- $a=b-r=(2+2i)-(2-i)=3i$
- $c=b+r=(2+2i)+(2-i)=4+i$

$r=-2+i$:

$$a=4+i \; ; b=2+2i \; ; c=3i$$

I.3. لدينا : $u_n=u_0+nr$ حيث : $u_0=z_0=3i$ ، فيكون :

$3i\,(2-i)r=38-16i$ تكافئ : $(2-i)n=38-19i$

$$\Leftrightarrow n=\frac{38-19i}{2-i}$$

$\Leftrightarrow n=19.\dfrac{2-i}{2-i}$ ، ومنه : $n=19$. إذن : الحد الذي قيمته $38-19i$ هو الحد العشرون.

II. لدينا : $z_A=3i \; ; z_B=2+2i$ و $z_C=4+i$

II.1. تبيان أن النقط A ، B و C في استقامية :

تكون النقط A ، B و C في استقامية إذا كان : $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\in\mathbb{R}$.

لدينا : $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{4-2i}{2-i}=\frac{2(2-i)}{2-i}=2$. إذن : $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\in\mathbb{R}$ ، وعندئذ النقط A ، B و C في استقامية.

II.2 تعيين لاحقة النقطة D :

D) نظيرة النقطة B بالنسبة للنقطة O) معناه : $\overrightarrow{OD}=-\overrightarrow{OB}$

معناه : $z_D=-z_B$

معناه : $z_D=-(2+2i)$. إذن : $z_D=-2-2i$.

II.3 تعيين لاحقة النقطة F :

$t_{\overrightarrow{AC}}(D)=F$ تكافئ : $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow z_F-z_D=z_C-z_A$

$\Leftrightarrow z_F=z_D+z_C-z_A$

$\Leftrightarrow z_F=(-2-2i)+(4+i)-3i$. إذن : $z_F=2-4i$.

II.4 تبيان أن مجموعة النقط M هي المستقيم (Δ) الذي معادلته : $4x-14y-11=0$

لدينا : $|iz+3|=|z-2+4i|$ تكافئ : $|i|\left|z+\frac{3}{i}\right|=|z-2+4i|$

$\Leftrightarrow |z-3i|=|z-2+4i|$

$\Leftrightarrow |z_M-z_A|=|z-(2-4i)|$

$\Leftrightarrow |z_M-z_A|=|z_M-z_F|$

$\Leftrightarrow AM=FM$

$\Leftrightarrow AM^2=FM^2$. $A(0;3)$, $F(2;-4)$

$\Leftrightarrow x^2+(y-3)^2=(x-2)^2+(y+4)^2$

$\Leftrightarrow -6y+9=-4x+4+8y+16$ ، ومنه : $4x-14y-11=0$.

II.5 تعيين معادلة (Δ') :

نكتب الشكل التحليلي للتحاكي الذي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$

$h_{\left(A;\frac{1}{2}\right)}(M)=M'$ تكافئ : $\overrightarrow{AM'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM'}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OA})+\overrightarrow{OA}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OM}+\left(1-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{OA}$

$\Leftrightarrow \left.\begin{array}{l}x'=\frac{1}{2}x\\ y'=\frac{1}{2}y+\frac{3}{2}\end{array}\right\}$ ، ومنه : $\left.\begin{array}{l}x=2x'\\ y=2y'-3\end{array}\right\}$ ، وتكون حينئذ معادلة (Δ') هي :

$4(2x')-14(2y'-3)-11=0$ ، ومنه : $8x'-28y'+31=0$.

إذن : معادلة (Δ') هي $8x-28y+11=0$.

II.6 كتابة الشكل المركب للدوران الذي مركزه D وزاويته $-\frac{\pi}{3}$:

لدينا: M لاحقتها z و M' لاحقتها z'، فيكون :

$R_{\left(D;-\frac{\pi}{3}\right)}(M)=M'$ تكافئ : $z_{M'}-z_D=e^{-\frac{\pi}{3}i}(z_M-z_D)$

$\Leftrightarrow z_{M'}=e^{-\frac{\pi}{3}i}z_M+\left(1-e^{-\frac{\pi}{3}i}\right)z_D$ ، ومنه :

$$z'=\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]z+\left[1-\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)\right]z_D$$
$$=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z+\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(-2-2i)=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z-\left(1+i\sqrt{3}\right)(1+i)$$

إذن : $z'=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z+\left(-1+\sqrt{3}\right)+\left(-1-\sqrt{3}\right)i$.

الحل المفصل للتمرين 02 : ....

المعطيات :

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=3$; $u_{n+1}=\frac{u_n+v_n}{2}$

(v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_0=4$; $v_{n+1}=\frac{u_{n+1}+v_n}{2}$

.1 حساب u_1, v_1, u_2 و v_2 :

$$u_1=\frac{1}{2}(u_0+v_0)=\frac{7}{2}\quad ;\quad v_1=\frac{1}{2}(u_1+v_0)=\frac{1}{2}\left(\frac{15}{2}\right)=\frac{15}{4}$$

$$u_2=\frac{1}{2}(u_1+v_1)=\frac{1}{2}\left(\frac{39}{2}\right)=\frac{39}{4}\quad ;\quad v_2=\frac{1}{2}(u_2+v_1)=\frac{1}{2}\left(\frac{59}{8}\right)=\frac{59}{16}$$

.2أ إثبات أن المتتالية (w_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ حيث : $w_n=v_n-u_n$

لنحسب w_{n+1} بدلالة w_n :

$$w_{n+1}=v_{n+1}-u_{n+1}=\left(\frac{u_{n+1}+v_n}{2}\right)-\left(\frac{u_n+v_n}{2}\right)=\frac{1}{2}\left[\frac{u_n+v_n}{2}-u_n\right]$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}[u_n+v_n-2u_n]=\frac{1}{4}(v_n-u_n)=\frac{1}{4}w_n$$

إذن : (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ وحدها الأول : $w_0=v_0-u_0=1$.

.2ب حساب w_n بدلالة n ثم $\lim\limits_{n\to+\infty}w_n$:

لدينا : $w_n=w_0q^n$، فيكون : $w_n=\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

لاحظ : $-1<\frac{1}{4}<1$ فيكون : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n=0$. إذن : $\lim\limits_{n\to+\infty}w_n=0$.

.3أ دراسة اتجاه تغير المتتاليتين (u_n) و (v_n) :

لدينا : $v_n-u_n=w_n$، ومنه : $v_n-u_n=\left(\frac{1}{4}\right)^n$، وعندئذ :

$u_n=v_n-\left(\frac{1}{4}\right)^n$ و $v_n=u_n+\left(\frac{1}{4}\right)^n$، وبالتعويض في العبارتين u_{n+1} و v_{n+1} نجد :

$u_{n+1}=\frac{u_n+v_n}{2}=\frac{1}{2}\left[u_n+v_n+\left(\frac{1}{4}\right)^n\right]=u_n+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

إذن : $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n>0$ ، ومنه : $u_{n+1}-u_n>0$. **النتيجة** : المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

وبالمثل :

$$v_{n+1}=\frac{1}{2}(u_{n+1}+v_n)=\frac{1}{2}\left[u_n+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n+v_n\right]=\frac{1}{2}\left[v_n-\left(\frac{1}{4}\right)^n+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n+v_n\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[2v_n-\left(\frac{1}{4}\right)^n+2\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]=v_n-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n+\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}=v_n-\frac{2}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^n+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^n=v_n-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

إذن : $v_{n+1}-v_n=-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$ ، أي أن : $v_{n+1}-v_n<0$.

3.ب. البرهان بأن (u_n) و (v_n) متجاورتان :

لدينا (u_n) متزايدة و (v_n) متناقصة، و $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n-u_n)=\lim\limits_{n\to+\infty}w_n=0$

إذن : (u_n) و (v_n) متجاورتان ولهما نفس النهاية

4. (t_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بالشكل : $t_n=\frac{u_n+2v_n}{3}$

4.أ. البرهان أن المتتالية (t_n) ثابتة :

تكون المتتالية (t_n) ثابتة إذا كان من أجل كل عدد طبيعي n : $t_{n+1}=t_n$.

$$t_{n+1}=\frac{1}{3}(u_{n+1}+2v_{n+1})=\frac{1}{3}\left[u_{n+1}+2\left(\frac{u_{n+1}+v_n}{2}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{3}(2u_{n+1}+v_n)=\frac{1}{3}(u_n+v_n+v_n)=\frac{u_n+2v_n}{3}=t_n$$

إذن : (t_n) متتالية ثابتة، أي أن : $t_{n+1}=t_n=t_0$.

4.ب. استنتاج نهاية المتتاليتين (u_n) و (v_n) :

لدينا : $t_0=\frac{1}{3}(u_0+2v_n)=\frac{1}{3}(11)=\frac{11}{3}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}t_n=\frac{1}{3}\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n+2v_n)=\frac{1}{3}(3\ell)=\ell=t_0=\frac{11}{3}$. إذن : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=\ell=\frac{11}{3}$.

الحل المفصل للتمرين 03 : ....

المعطيات :

$(\Delta):(A;\vec{u})$ حيث : $A(0;0;3)$ ، $\vec{u}(1;0;-1)$. $(\Delta'):(B;\vec{v})$ حيث : $B(2;0;4)$ ، $\vec{v}(0;1;1)$.

1. تعيين إحداثيات M ; M' و $\overrightarrow{MM'}$ بدلالة a و b :

$\overrightarrow{AM}=a\vec{u}$ تكافئ : $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+a\vec{u}$. إذن : $M(a;0;3-a)$.

$\overrightarrow{BM'}=b\vec{v}$ تكافئ : $\overrightarrow{OM'}=\overrightarrow{OB}+b\vec{v}$. إذن : $M'(2;b;4+b)$.

$\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{OM'}-\overrightarrow{OM}$ ، ومنه : $\overrightarrow{MM'}(2-a;b;a+b+1)$.

2. تبيان أن $MM'^2=(a+b)^2+(a-1)^2+(b+1)^2+3$:

لدينا : $MM'^2=(2-a)^2+b^2(a+b+1)^2=a^2-4a+4+b^2+a^2+b^2+1+2ab+2a+2b$

$$=a^2+2ab+b^2+a^2-2a+1+b^2+2b+1+3=(a+b)^2+(a-1)^2+(b+1)^2+3$$

3. $(MM'\perp(\Delta))$ و $(MM'\perp(\Delta'))$ ....(1)

(1) تكافئ : $\left.\begin{array}{l}\vec{u}\cdot\overrightarrow{MM'}=0\\ \vec{v}\cdot\overrightarrow{MM'}=0\end{array}\right\}$

$\Leftrightarrow \left.\begin{array}{l}2-a-(a+b+1)=0\\ b+(a+b+1=0\end{array}\right\}$

$\Leftrightarrow \left.\begin{array}{l}-2a-b+1=0\\ a+2b+1=0\end{array}\right\}$ ، ومنه : $\left.\begin{array}{l}2a+b=1\\ a+2b=-1\end{array}\right\}$

4. حلول الجملة $\left.\begin{array}{l}2a+b=1\\ a+2b=-1\end{array}\right\}$ ....(I)

(I) تكافئ : $\left.\begin{array}{l}2a+b=1\\ -2a-4b=1\end{array}\right\}$ ، ومنه : $(a;b)=(1;-1)$.

تبيان أن $MM'=\sqrt{3}$ حيث $a=1$ و $b=-1$:

لدينا : $MM'^2=(1-1)^2+(1-1)^2+(-1+1)^2+3$. إذن : $MM'=\sqrt{3}$.

التفسير : MM' أقصر مسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ').

الحل المفصل للتمرين 04 : ....

المعطيات :

f الدالة المعرفة على $D=\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=(x+1)\ln|x-2|$.

1. تعيين النهايات :

لدينا : $D=]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ ، فيكون :

• $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، لأن : $\lim\limits_{x\to-\infty}|x-2|=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)=-\infty$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، لأن : $\lim\limits_{x\to+\infty}|x-2|=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)=+\infty$

• $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} f(x)=-\infty$ ، لأن : $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}|x-2|=0^+$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}(x+1)=3$

• $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} f(x)=-\infty$ ، لنفس السبب.

2. تبيان أنه من أجل كل x من D : $f'(x)=\dfrac{x+1}{x-2}+\ln|x-2|$

الدالة f تقبل الاشتقاق على D، فيكون : $f'(x)=(1)\ln|x-2|+\dfrac{1}{x-2}(x+1)=\dfrac{x+1}{x-2}+\ln|x-2|$.

3. تعيين نهايات الدالة f' عند حدود مجالات التعريف :

• $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)=+\infty$ ، لأن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x-2}=1$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}|x-2|=+\infty$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=+\infty$ ، لنفس السبب.

• $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} f'(x)=-\infty$ ، لأن : $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\dfrac{x+1}{x-2}=-\infty$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\ln|x-1|=\ln 0^+=+\infty$

لما x تؤول إلى 2^+ : $f'(x)$ تأخذ الشكل ($\infty-\infty+$: ح. ع. ت). لنتخلص منها :

$$f'(x)=\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-2}{x-2}\ln(x-2)=\frac{1}{x-2}\left[x+1+(x-2)\ln(x-2)\right]$$

إذن : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} f'(x)=+\infty$ ، لأن : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}(x-2)\ln(x-2)=0^-$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\dfrac{1}{x-2}=+\infty$

.4 حساب $f''(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة f' :

لدينا : $f'(x)=\dfrac{x+1}{x-2}+\ln(x-2)$ ، فيكون :

$f''(x)=\dfrac{-3}{(x-2)^2}+\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{-3}{(x-2)^2}+\dfrac{x-2}{(x-2)^2}$. إذن : $f''(x)=\dfrac{x-5}{(x-2)^2}$.

• إشارة $f''(x)$:

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

الاستنتاج : • $x\in]-\infty;2[\cup]2;5[$: الدالة f' متناقصة. • $x\in[5;+\infty[$: الدالة f' متزايدة.

• جدول التغيرات :

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	$f'(5)$	$\nearrow$	$+\infty$

$f'(5)=2+\ln 3$

.5 تبيان أن الدالة f' تنعدم في نقطة وحيدة من المجال $]-\infty;2[$ ، ثم استنتاج إشارة $f'(x)$

على المجال $]-\infty;2[$:

• الدالة f معرفة مستمرة.

• $f'(]-\infty;2[)=\left]\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}} f'(x)\,;\,\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)\right[=]-\infty;+\infty[$ و $O\in]-\infty;+\infty[$.

• الدالة f' متناقصة تماما.

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة نستنتج أن المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $f'(x)=0$.

• إشارة f' :

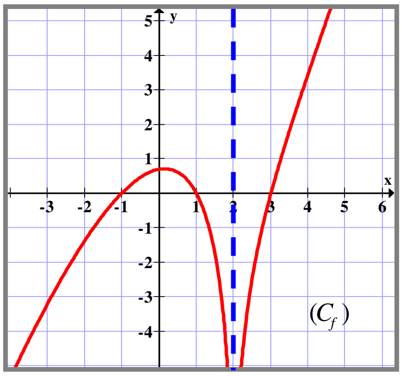
x	$-\infty$		α		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

.6 تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		α		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	$-\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

.7 للمعادلة $f'(x)=0$ ثلاثة حلول وهي : $x_3\,;\,x_2\,;\,x_0$

.8 رسم المنحنى (C_f) :



.9 لدينا الدالة g المعرفة بـ : $g(x)=|f(x)|$

.9أ تعيين نهايات الدالة g مستعينا بنهايات الدالة f :

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\left|\lim_{x\to-\infty} f(x)\right|=|-\infty|=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\left|\lim_{x\to+\infty} f(x)\right|=+\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to 2\\ <}} g(x)=\left|\lim_{\substack{x\to 2\\ <}} f(x)\right|=|-\infty|=+\infty$$

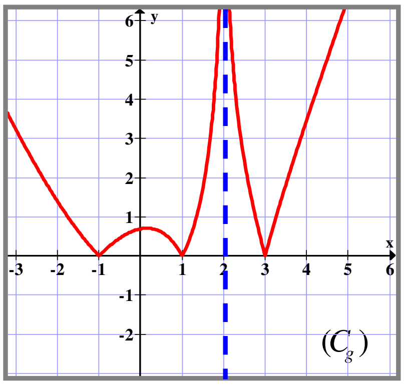
$$\lim_{\substack{x\to 2\\ >}} g(x)=\left|\lim_{\substack{x\to 2\\ >}} f(x)\right|=|-\infty|=+\infty$$

$g(1)=|f(1)|=0^+ \quad ; \quad g(-1)=|f(-1)|=0^+$

.9ب تشكيل جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$		-1		α		1		2		3		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$g(\alpha)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

9.جـ. رسم المنحنى (C_g) :



9.د. حلول المعادلة : $g(x)=\lambda$. (λ عدد حقيقي).

$\lambda<0$: المعادلة مستحيلة الحل.

$\lambda=0$: المعادلة تقبل ثلاثة حلول وهي : -1 ، 1 ، 3.

$g(\alpha)>\lambda>0$: المعادلة تقبل ستة حلول .

$\lambda=g(\alpha)$: المعادلة تقبل خمسة حلول.

$\lambda>g(\alpha)$: المعادلة تقبل أربعة حلول.

10. رسم منحنى الدالة f' :