التحضير لبكالوريا 2017 / رياضيات – تقني ر ----الموضوع 18 ------

التمرين الأول (7 نقاط) : أجب بـــ صحيح أو خطأ على كل من القضايا التالية مع التبرير

1)النقط A ،B وC التي لواحقها على الترتيب $z_A=2$ ، $z_B=2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ و $z_C=2e^{i\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}$ هي رؤوس مثلث متقايس الأضلاع .

2) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $Z=\dfrac{\left(1+i\sqrt{3}\right)^n-\left(1-i\sqrt{3}\right)^n}{2}$ هو عدد حقيقي .

3) من أجل كل عدد حقيقي $x\in\left]-1;0\right[$: $e^{\left|ln(x+1)\right|}=x+1$.

4) من أجل كل عدد حقيقي β،المعادلة: $ln\,x=-x+\beta$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]0;+\infty\right[$.

5) من أجل كل عدد مركب $z\neq i$ فإنّ : $\left|\dfrac{i\bar{z}-1}{z-i}\right|=1$.

6) إذا كان : $z=e^{i\frac{\pi}{2}}+e^{-i\frac{\pi}{6}}$ فإنّ : $arg\,z=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{6}$.

7) لتكن f الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=(-x+3)e^{-x}$. f هي حل للمعادلة التفاضلية $y'-y=(2x-7)e^{-x}$

التمرين02: (6 نقاط)

I - 1) جد القاسم المشترك الأكبر $p\,gcd(16120;18135)$.

2) نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ المعادلين:حيث x و y عددان صحيحان .

$(1)..........16120x+18135y=-20150$ و $(2)..........8x+9y=-10$

أ– بيّن أنّ المعادلين (1) و (2) متكافئتان .

ب– جد حلا خاصا للمعادلة (2)ثم حل عندئذ في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (2) .

II) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.ليكن المستويان (P) و (Q) المعرفان بمعادلتيهما على الترتيب:

$(P):x+2y-z+2=0$ و $(Q):3x-y+5z=0$.

1) أ– بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (D) .

ب– عين إحداثيات نقط المستقيم (D) والتي تحقق المعادلة (2) .

ج– حدد المجموعة (Γ) مجموعة النقط من (D) التي إحداثياتها أعداد صحيحة .

2) نعتبر المستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي بــ: $\begin{cases}x=-1+4t\\y=6+t\\z=2+4t\end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$.

وليكن العدد الطبيعي N الذي يكتب في النظام ذو الأساس 8 على الشكل $N=\overline{\alpha\beta\alpha\gamma}$ وفي النظام ذو الأساس 9 على الشكل $N=\overline{2\gamma\beta\beta}$.

أ–جد الأعداد الطبيعية α ، β و γ بحيث تكون النقطة $(\alpha;\beta;\gamma)$نقطة من المستقيم (Δ).ثم أكتب العدد N في النظام العشري

ب– بين أنّ المستقيمين (D) و (Δ) متعامدان وليسا من المستوى .

جـــ– شكل معادلة المستوي (Π_1) الذي يشمل المستقيم (Δ) ويعامد المستقيم (D) .

د– شكل معادلة المستوي (Π_2) الذي يشمل المستقيم (Δ) ويوازي المستقيم (D) .

التمرين الثالث (07 نقاط)

I- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2+1}-ln\left(1+x^2\right)$.

1) احسب $f(x)-f(-x)$.ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

2) ادرس تغيرات الدّالة f .

3) أ- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 حيث : $\dfrac{7}{4}<x_0<2$. (خذ 1.9 قيمة مقربة للعدد x_0) .

ب- حدد إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}^+$.

II- لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=\dfrac{1}{x}ln\left(x^2+1\right)$ إذا كان $x\neq 0$ و $g(0)=0$ وليكن $\left(C_g\right)$ منحناها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أ- بيّن أنّ الدالة g فردية .

ب- احسب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{g(x)}{x}$ ، ماذا تستنتج ؟

2) ادرس تغيرات الدّالة g .

3)أ-اكتب معادلة المماس (Δ)للمنحنى $\left(C_g\right)$عند النقطة O .ثم ادرس وضعية $\left(C_g\right)$بالنسبة لـــ(Δ) .ماذا تقول عن النقطة O .

ب- ارسم (Δ)و $\left(C_g\right)$.

جـــ - m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا عدد نقط تقاطع المنحنى $\left(C_g\right)$والمستقيم ذو المعادلة: $y=mx$.

III - h الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $h(x)=\dfrac{x-ln\left(x^2+1\right)}{x}$ إذا كان $x\neq 0$ و $h(0)=1$. وليكن $\left(C_h\right)$ منحناها البياني

1)أثبت صحة القضية التالية: من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $h(x)+g(x)=1$ ثم اشرح كيف يمكن رسم المنحنى$\left(C_h\right)$ انطلاقا من $\left(C_g\right)$.ثم ارسم $\left(C_h\right)$.

هدية : بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي a ومن أجل كل عدد حقيقي b موجب تماما: $ab\leq blnb+e^{a-1}$

إنّ العالم يفسح الطريق للمرء الذي يعرف إلى أين ذاهب .

السلم | تصحيح الموضوع الثاني | أ

ت01

1) $z_A=2$ ، $z_B=2\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-1+i\sqrt{3}$ و $z_C=2\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-1-i\sqrt{3}$

01

لنحسب $arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)=arg\left(\frac{-3-i\sqrt{3}}{-3+i\sqrt{3}}\right)=arg\left(\frac{3+i\sqrt{3}}{3-i\sqrt{3}}\right)$

$=arg\left(\frac{3+i\sqrt{3}}{3-i\sqrt{3}}\right)=arg\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\pi}{3}+2\pi k \,/\, k\in\mathbb{Z}$

ومنه المثلث ABC متقايس الأضلاع . ومنه الإجابة صحيحة

2) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $Z=\frac{\left(1+i\sqrt{3}\right)^n-\left(1-i\sqrt{3}\right)^n}{2}$ هو عدد حقيقي

01

لدينا: $\overline{Z}=\frac{\overline{\left(1+i\sqrt{3}\right)^n-\left(1-i\sqrt{3}\right)^n}}{2}=\frac{\left(1-i\sqrt{3}\right)^n-\left(1+i\sqrt{3}\right)^n}{2}=-Z$ وهذا يعني أنّ Z ليس حقيقيا . ومنه الإجابة المعطاة خاطئة .

3) من أجل كل عدد حقيقي $x\in\left]-1;0\right[$: $e^{\left|ln(x+1)\right|}=x+1$.

لدينا: $e^{\left|ln(x+1)\right|}=e^{ln(x+1)}$ إذا كان $ln(x+1)>0$ أي $x>0$ وفي هذه الحالة يكون:

01

$e^{\left|ln(x+1)\right|}=x+1$. وتكون: $e^{\left|ln(x+1)\right|}=e^{-ln(x+1)}$ إذاكان $ln(x+1)<0$ أي معناه: $0<x+1<1$ أي

$-1<x<0$ أي $x\in\left]-1;0\right[$ تكون: $e^{\left|ln(x+1)\right|}=e^{-ln(x+1)}=\frac{1}{e^{ln(x+1)}}=\frac{1}{x+1}$ وعليه تكون الإجابة المعطاة خاطئة .

4) من أجل كل عدد حقيقي β، المعادلة: $ln\,x=-x+\beta$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]0;+\infty\right[$.

نعتبر الدّالة f حيث: $f(x)=ln\,x+x-\beta$ ولدينا: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و

01

$f'(x)=\frac{1}{x}+1>0$

إذن f دالة مستمرة ومتزايدة تماما على $\left]0;+\infty\right[$ وتأخذ قيمها في $\mathbb{R}$ و $0\in\mathbb{R}$ وحسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]0;+\infty\right[$ أي $ln\,x=-x+\beta$.

5) من أجل كل عدد مركب $z\neq i$ فإنّ : $\left|\frac{i\overline{z}-1}{z-i}\right|=1$.

01

$\left|\frac{i\overline{z}-1}{z-i}\right|=\left|\frac{i\left(\overline{z}+i\right)}{z-i}\right|=\left|\frac{\overline{z}+i}{z-i}\right|=\left|\frac{\overline{z-i}}{z-i}\right|=\frac{\left|\overline{z-i}\right|}{\left|z-i\right|}=1$ لأنّ: $\left(\left|\overline{z}\right|=\left|z\right|\right)$ ومنه الإجابة المعطاة صحيحة.

6) إذا كان : $z=e^{i\frac{\pi}{2}}+e^{-i\frac{\pi}{6}}$ فإنّ : $arg\,z=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$ إجابة خاطئة لأنّ:

$z=e^{i\frac{\pi}{2}}+e^{-i\frac{\pi}{6}}=i+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i=cos\frac{\pi}{6}+i\,sin\frac{\pi}{6}=e^{i\frac{\pi}{6}}$ ومنه $arg\,z=\frac{\pi}{6}$

01		

التمرين 02 : — 0.5

1) $p\,gcd(16120;18135)=2015$ .... — 0.5

2) $16120x+18135y=-20150$ ....(1) و $8x+9y=-10$ ....(2)

أ- المعادلتان متكافئتان / نقسم طرفي (1) على 2015 نحصل على (2) .... — 0.25

ب- حل خاص لــ (2) هو : $(1;-2)$ ومنه الحل العام : $8x+9y=-10$..........(2)

$8(1)+9(-2)=-10$.......(3) وبطرح (3) من (2)

نجد : $8(x-1)+9(y+2)=0$ أي: $\boxed{8(x-1)=9(-y-2)}$......(4) — 0.75

ومنه مجموعة حلول المعادلة (2): $\boxed{S=\{(9k+1;-8k-2)\,/\,k\in\mathbb{Z}\}}$

II – $(P): x+2y-z+2=0$ و $(Q): 3x-y+5z=0$.

1) أ- لنبيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (D) .

لدينا: $\vec{n}_P(1;2;-1)$ و $\vec{n}_Q(3;-1;5)$ نلاحظ أنّ: $\frac{-1}{2}\neq\frac{3}{1}$ وعليه (P) و (Q) غير متوازيين وغير — 0.5

متطابقين إذن فهما متقاطعان وفق مستقيم (D) .

ب- لدينا: $M(x;y;z)\in(P)\cap(Q)$ معناه $\begin{cases}x+2y-z+2=0\\3x-y+5z=0\end{cases}$ معناه

$\begin{cases}5x+10y-5z+10=0......(1')\\3x-y+5z=0....................(2')\end{cases}$ وبجمع $(1')$ و $(2')$ طرف طرف نجد: $8x+9y=-10$ وهذا — 0.25

يعني أن إحداثيات نقط (D) تحقق المعادلة (2) . — 0.25

** أو يمكن إيجاد تمثيلا وسيطيا لــ (D) ثم نعوض إحداثياته في المعادلة (2) .

ج) المجموعة (Γ) مجموعة النقط من (D) التي إحداثياتها أعداد صحيحة هي

$(\Gamma)=\{(9k+1;-8k-2)\,/\,k\in\mathbb{Z}\}$.

2) (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي بـــ: $\begin{cases}x=-1+4t\\y=6+t\\z=2+4t\end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$.

وليكن العدد الطبيعي N الذي يكتب في النظام ذو الأساس 8 على الشكل $N=\overline{\alpha\beta\alpha\gamma}$ وفي النظام ذو الأساس

9 على الشكل $N=\overline{2\gamma\beta\beta}$. — 0.25

أ- إيجاد الأعداد الطبيعية α ، β و γ بحيث تكون النقطة $(\alpha;\beta;\gamma)$ نقطة من المستقيم (Δ).

N يكتب في النظام ذو الأساس 8 على الشكل $N=\overline{\alpha\beta\alpha\gamma}$ و N يكتب في النظام ذو الأساس 9 على الشكل

$N=\overline{2\gamma\beta\beta}$ معناه: $N=\alpha\times8^3+\beta\times8^2+\alpha\times8+\gamma$ و $N=2\times9^3+\gamma\times9^2+\beta\times9+\beta$ مع

الشرط : $0<\alpha\leq7$ ، $0\leq\beta\leq7$ و $0\leq\gamma\leq7$

$\alpha\times8^3+\beta\times8^2+\alpha\times8+\gamma=2\times9^3+\gamma\times9^2+\beta\times9+\beta$ أي: — 0.25

$520\alpha+54\beta-80\gamma=1458$ وبما أنّ النقطة $(\alpha;\beta;\gamma)$ نقطة من المستقيم (Δ) تعني أنّ

وعليه تكون: $\alpha=-1+4t;\beta=6+t;\gamma=2+4t$ و $520(-1+4t)+54(6+t)-80(2+4t)=1458$

0.25 أي : $1814t=1814$ أي $t=1$

0.25 وهذا يعني أنّ: $\boxed{(\alpha;\beta;\gamma)\in\{(3;7;6)\}}$ ....

كتابة العدد N في النظام العشري: $N=2014$ ....

0.25 ب- تبيان أنّ المستقيمين (D) و (Δ) متعامدان وليسا من المستوي .

$\vec{u}(-9;8;7)$ شعاع توجيه (D) و $\vec{v}(4;1;4)$ شعاع توجيه (Δ) نلاحظ أن: $\vec{u}.\vec{v}=-36+8+28=0$ وهذا

0.25 يعني أنّ الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان .

ومن جهة أخرى لدينا: $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير متوازيين ولآن لنبيّن أنّ (D) و (Δ) غير متقاطعين

0.25 $M(x;y;z)\in(D)\cap(\Delta)$ معناه: $\begin{cases}\frac{-2}{7}-9k=-1+4t\\ \frac{-6}{7}+8k=6+t\\ 7k=2+4t\end{cases}$ أي بطرح المعادلة (3) من (1) نجد:

0.25 $k=\frac{19}{16}$ و $t=\frac{13}{64}$ ولمّا نعوض في المعادلة (2) نجد تناقضا صارخا. وعليه فإنّ (D) و (Δ) غير متقاطعين وغير متوازيين إذن فهما ليسا من المستوي . ...

0.25 ج- تشكيل معادلة المستوي (Π_1) الذي يشمل المستقيم (Δ) ويعا مد المستقيم (D) .

$M(x;y;z)\in(\Pi_1)$ معناه: $\overrightarrow{AM}.\vec{u}_{(D)}=0$ حيث $A(-1;6;2)\in(\Delta)$ و $\overrightarrow{AM}(x+1;y-6;z-2)$

0.25 و $\vec{u}(-9;8;7)$. إذن:

$M(x;y;z)\in(\Pi_1)$ معناه: $-9(x+1)+8(y-6)+7(z-2)=0$ أي:

$-9x+8y+7z-71=0$ أي $\boxed{(\Pi_1):9x-8y-7z+71=0}$

د- تشكيل معادلة المستوي (Π_2) الذي يشمل المستقيم (Δ) ويوازي المستقيم (D) .

0.25 ليكن $\vec{n}(a;b;c)$ شعاع ناظمي لــ (Π_2)

المستوي (Π_2) الذي يشمل المستقيم (Δ) ويوازي المستقيم (D) معناه: $\begin{cases}\vec{n}.\vec{u}=0\\ \vec{n}.\vec{v}=0\end{cases}$ أي $\begin{cases}-9a+8b+7c=0\\ 4a+b+4c=0\end{cases}$

أي $\begin{cases}-9a+8b+7c=0\\ 32a+8b+32c=0\end{cases}$ وبطرح الثانية من الأولى نجد: $-41a-25c=0$ أي: $41a+25c=0$ أي

$\boxed{a=-\frac{25}{41}c}$ ومنه: $\boxed{b=-4a-4c=\frac{100}{41}c-\frac{164}{41}c=-\frac{64}{41}c}$ وبوضع : $c=-41$ نجد:

0.25 $\boxed{a=25\quad;\quad b=64\quad;\quad c=-41}$ ومنه المعادلة الديكارتية للمستوي (Π_2) هي:

$25x+64y-41z+d=0$ وبما أنّ (Π_2) الذي يشمل المستقيم (Δ) إذن :

$25(-1)+64(6)-41(2)+d=0$ ومنه: $d=-277$ وعليه تكون المعادلة:

$\boxed{(\Pi_2):25x+64y-41z-277=0}$

التمرين03

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2+1}-ln\left(1+x^2\right)$.

1) حساب $f(x)-f(-x)$. ثم أعطاء تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

لدينا:من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإنّ $(-x)\in\mathbb{R}$ و

$$f(-x)=\frac{2(-x)^2}{(-x)^2+1}-ln\left(1+(-x)^2\right)=f(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}-ln\left(1+x^2\right)$$

$$f(x)-f(-x)=\frac{2x^2}{x^2+1}-ln\left(1+x^2\right)-\frac{2x^2}{x^2+1}+ln\left(1+x^2\right)=0$$

وعليه f دالة زوجية ومنه المنحنى الممثل للدالة f يقبل محور تناظر وهو حامل محور التراتيب .

وبما أن f دالة زوجية يمكن اقتصار دراستها على المجال $[0;+\infty[$.

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ لأنّ: $\left(\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2}{x^2+1}=2\right)$ و $\left(\lim\limits_{x\to+\infty}-ln\left(1+x^2\right)=-\infty\right.$ و $f(0)=0$.

الدّالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ لأنها مجموع دالتين قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$. حيث:

$f'(x)=\dfrac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}-\dfrac{2x}{x^2+1}=\dfrac{2x\left(1-x^2\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$ ومنه $f'(x)$ إشارة هي من إشارة $2x\left(1-x^2\right)$ وذلك من أجل كل $x\in\mathbb{R}$.

$f'(x)=2x\left(1-x^2\right)=0$ معناه $(x=0$ أو $x=-1$ أو $x=1$

جدول تغيرات f .

x	0		1		x_0		$+\infty$
إشارة $f'(x)$		$+$	0		$-$		
تغيرات f	0	$\nearrow$	$1-ln2$		$\searrow$		$-\infty$

2) أ- لنبين أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 حيث : $\dfrac{7}{4}<x_0<2$.

لدينا : $f\left(\dfrac{7}{4}\right)\simeq 0.1$ و $f(2)\simeq -0.009$.

* f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $\left]\dfrac{7}{4};2\right[$ و $f\left(\dfrac{7}{4}\right)\times f(2)<0$ وحسب مبرهنة القيم

المتوسطة فإنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]\dfrac{7}{4};2\right[$.

ب- إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}^+$. من جدول تغيرات f نلاحظ أنّ:

$f(x)>0$ إذا وفقط إذا كان $x\in]0;x_0[$ و $f(x)<0$ إذا وفقط إذا كان: $x\in]x_0;+\infty[$

g الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=\frac{1}{x}ln\left(x^2+1\right)$ إذا كان $x\neq 0$ و $g(0)=0$

1) أ− لنبيّن أنّ الدالة g فردية .

g فردية معناه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإنّ $(-x)\in\mathbb{R}$ و $g(-x)=g(x)$.

لدينا: $g(-x)=\frac{1}{(-x)}ln\left((-x)^2+1\right)=-\frac{1}{x}ln\left(1+x^2\right)=-g(x)$ ومنه g فردية .

ب− حساب $\lim\limits_{x\to 0}\frac{g(x)}{x}$ لدينا: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{g(x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{ln\left(1+x^2\right)}{x^2}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{ln(1+h)}{h}=1$ مع وضع $\left(h=x^2\right)$. نستنتج أنّ الدّالة g قابلة للاشتقاق عند 0 وعددها المشتق هو 1 .

2 − تغيرات الدّالة g .

لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}ln\left(1+x^2\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}ln\left[x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}\left[ln\,x^2+ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)\right]$$

$$\lim_{x\to+\infty}2\frac{ln\,x}{x}+\frac{1}{x}ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)=0\quad\left(\lim_{x\to+\infty}2\frac{ln\,x}{x}=0\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)=0\right)$$

*الدّالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^{*+}$ ودالتها المشتقة هي g' حيث:

$g'(x)=\dfrac{x\left(\frac{2x}{x^2+1}\right)-ln\left(x^2+1\right)}{x^2}=\dfrac{\frac{2x^2}{x^2+1}-ln\left(x^2+1\right)}{x^2}=\dfrac{f(x)}{x^2}$ ومنه إشارة $g'(x)$ هي إشارة $f(x)$.

x	0		x_0		$+\infty$
إشارة $g'(x)$	1	$+$	0	$-$	
تغيرات g	0	$\nearrow$	$g(x_0)$	$\searrow$	0

3)أ−معادلة المماس (Δ) للمنحنى $\left(C_g\right)$ عند النقطة O هي: $y=g'(0)x+g(0)=x$.

دراسة وضعية $\left(C_g\right)$ بالنسبة لــ (Δ) : من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم لدينا:

$g(x)-x=\frac{1}{x}ln\left(x^2+1\right)-x=\dfrac{ln\left(x^2+1\right)-x^2}{x}$. لتكن $k(x)=-x^2+ln\left(x^2+1\right)$

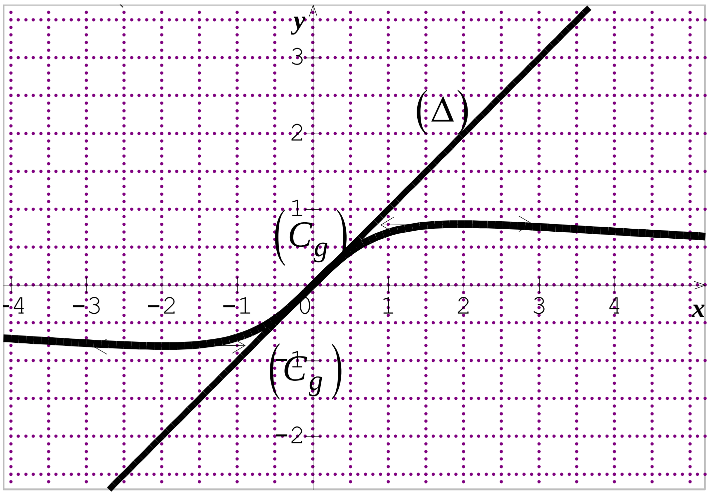
$k'(x)=-2x+\left(\frac{2x}{x^2+1}\right)=\frac{-2x^3}{x^2+1}$ ومنه جدول تغيرات k .

x	$-\infty$		0		$+\infty$
إشارة $k'(x)$	1	$+$	0	$-$	
تغيرات k	$-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

من جدول تغيرات الدّالة k نلاحظ أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $k(x)\leq 0$.

من أجل كل $x>0$ فإنّ : (C_g) يقع تحت (Δ) وإذا كان $x<0$ فإنّ : (C_g) يقع فوق (Δ) و إذا كان $x=0$ فإنّ: (Δ) يقع (C_g). ومنه نستنتج أنّ O هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_g).

ب- ارسم (Δ) و (C_g) .



جـــ - m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا عدد نقط تقاطع المنحنى (C_g) والمستقيم (d_m) ذو المعادلة: $y=mx$.

-إذا كان $m\in]0;1[$ فإنّ المستقيم (d_m) يقطع (C_g) في ثلاث نقط مختلفة .

- إذا كان $m\in]-\infty;0]\cup[1;+\infty[$ فإنّ المستقيم (d_m) يقطع (C_g) في نقطة واحدة .

III- h الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $h(x)=\dfrac{x-ln\left(x^2+1\right)}{x}$ إذا كان $x\neq 0$ و $h(0)=1$. و (C_h) منحناها البياني

1)أثبات صحة القضية التالية: من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $h(x)+g(x)=1$.

لدينا: من أجل : $x=0$: $h(0)+g(0)=0+1=1$ ومن جهة أخرى

$h(x)+g(x)=\dfrac{x-ln\left(x^2+1\right)}{x}+\dfrac{1}{x}ln\left(1+x^2\right)=1$ وذلك من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$.

إذن من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $h(x)+g(x)=1$. من العلاقة التالية $h(x)+g(x)=1$ نجد أنّ: $h(x)=-g(x)+1$ وهذا يعني أنّ المنحنى (C_h) هو صورة المنحنى (C_g) بالتحويل المركب التناظر المحوري الذي محوره (xx') وانسحاب شعاعه $\vec{v}=\vec{j}$.

** أو نكتب إذا كانت $M(x;y)\in(C_g)$ فإنّ $M'(x';y')\in(C_h)$ حيث $M'(x;-y+1)$ وعند ئذ يكون (C_h) و (C_g) متناظران بالنسبة للمستقيم الذي معادلته: $y=\frac{1}{2}$.