

التمرين الأول (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z^2 - 2 + 2i\sqrt{3})(z^2 - 8\sqrt{3}z + 64) = 0$.

(2) A و B نقطتان من المستوي حيث: $z_A = 4\sqrt{3} - 4i$ و $z_B = 4(\sqrt{3} + i)$.

أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسّي ثم أستنتج طبيعة المثلث OAB .

ب- جد z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C ذات اللاحقة $(-\sqrt{3} + i)$ بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

(3) لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(O; -1); (B; 1); (D; 1)\}$. جد لاحقة النقطة G ، ثم أنشئ النقط A, B, C, D و G .

* عين (γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MO}\| = \|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MG}\|$.

ب- أحسب العدد المركب $\frac{z_G - z_C}{z_D - z_C}$ ثم استنتج أنّ النقط D, C, G في استقامة. وأنّ النقطة G هي صورة النقطة D

بتحويل بسيط يطلب تعيين عناصره المميزة .

ج- عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون: $\frac{z - z_C}{z - z_G}$ عددا حقيقيا موجبا تماما .

(4) عين النقطة F حتى يكون الرباعي $ACGF$ معين ثم أحسب مساحته .

التمرين الثاني (03 نقاط)

اذكر إن كانت الجمل الآتية صحيحة أو خاطئة مع التبرير

(1) العدد 63×4 مكتوب في نظام التعداد الذي أساسه 7 يقبل القسمة على 6 إذا كان $x = 5$.

(2) إذا كانت المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحددها العام: $u_n = e^{2n+1}$ ، فإن:

أ- (u_n) متتالية هندسية أساسها e^2 . ب- تكون $u_n > 2016$ إذا كان $n > 4$.

(3) حلول المعادلة $x^2 + x - 2 \equiv 1[5]$ في $\mathbb{Z}$ هي الأعداد الصحيحة من الشكل $x = 4k$ حيث $k \in \mathbb{Z}$.

(4) (w_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = 2 \times 3^n + 3 \times 4^n$ ، المجموع S_n حيث:

$$S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_n \text{ مضاعف للعدد 5 إذا كان } n \text{ مضاعف للعدد 4.}$$

التمرين الثالث (05 نقاط)

يحتوي كيس على قريصتين بيضاويتين مرقمين كما يلي 1 و -1 وثلاث قريصات سوداء مرقمة كما يلي: 1، 1 و -1

الكرات لا نفرق بينها عند اللمس . نسحب من هذا الكيس عشوائيا كرتين في آن واحد .

(1) أحسب احتمالات الحوادث التالية:

A " الحصول على قريصتين من نفس اللون " و B " الحصول على قريصتين من نفس اللون ولهما نفس الرقم "

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المسجلين على القريصتين .

أ- حدد مجموعة قيم المتغير العشوائي X ثم احسب قانون احتماله .

ب- أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X وتباينه .

(3) والآن لنسحب من الكيس بالتتابع وبدون إعادة قريصتين . وليكن a الرقم المسجل على القريصة المسحوبة

الأولى و b الرقم المسجل على القريصة المسحوبة الثانية .

ليكن في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ المستويين (P) و (P') حيث:

$$(P): x + ay + b = 0 \quad \text{و} \quad (P'): x + by - a = 0$$

المطلوب : أحسب احتمال كل من الحوادث التالية: E " $(P) \parallel (P')$ " و F " $(P) \perp (P')$ "

التمرين الرابع (07 نقاط) :

k عدد حقيقي موجب تماما . تعبر الدالة f_k المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f_k(x) = \ln(e^x + kx) - x$ و (C_k)

منحناها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 10\text{cm}$ و $\|\vec{j}\| = 5\text{cm}$.

I - لتكن الدالة f_1 المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f_1(x) = \ln(e^x + x) - x$.

1- أحسب $f_1'(x)$ على المجال $[0; +\infty[$ وأستنتج اتجاه تغيرات الدالة f_1 .

2- بين أنه من أجل كل $x \in [0; +\infty[$ فإن: $f_1(x) = \ln\left(1 + \frac{x}{e^x}\right)$ ثم أستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x)$.

3- شكل جدول تغيرات الدالة f_1 .

II - 1. أحسب $f'_k(x)$ على $[0; +\infty[$ وأستنتج اتجاه تغيرات الدالة f_k .

2. أ- بين أنه من أجل كل $x \in [0; +\infty[$ فإن: $f_k(x) = \ln\left(1 + k \frac{x}{e^x}\right)$ ثم أستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x)$.

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f_k .

ج- برهن أنه من أجل كل $x \in [0; +\infty[$: $\ln(1+x) \leq x$ ثم أستنتج أنه من أجل $x \geq 0$ فإن: $f_k(x) \leq \frac{k}{e}$.

3. أ- جد معادلة المماس (T_k) لمنحنى (C_k) عند النقطة O .

ب- k_1 و k_2 عدنان حقيقيان موجبان تماما بحيث $k_1 < k_2$ ، أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_{k_1}) و (C_{k_2}) .

4- أنشئ (C_1) ، (C_2) و المماسين (T_1) و (T_2) .

5- من كل عدد حقيقي موجب تماما λ . نسمي $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_k) ، محور

الفواصل وبالمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = 0$ و $x = \lambda$.

دون اللجوء إلى حساب $A(\lambda)$. بين وذلك باستخدام النتيجة السابقة في 2 . ج ثم باستخدام الكاملة بالتجزئة بين

أن: $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} A(\lambda) \leq k$ وأن: $A(\lambda) \leq k \int_0^{\lambda} x e^{-x} dx$.

الطموح كنز لا يفنى : لا يسعى للنجاح من لا يملك طموحا ولذلك كان الطموح هو الكنز الذي لا يفنى

.....فكن طموحا وانظر إلى المعالي