نهائي علوم و رياضيات

المراجعة 06

الاحتمالات - الدالة اللوغارتمية - الأعداد المركبة

2017-2018

التمرين 1

35

نعتبر نرد مكعب و غير مزيّف، وُجوهه مرقمة من 1 إلى 6 و ثلاث صناديق U_1 ، U_2 و U_3 يحتوي كل منها على k كرة، حيث k عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 3

يوجد 3 كرات سوداء في الصندوق U_1، كرتين سوداوين في الصندوق U_2 و كرة واحدة سوداء في الصندوق U_3 و كل الكرات الأخرى الموجودة في الصناديق هي بيضاء

جميع الكرات متماثلة الملمس

نعتبر اللعبة التالية : يُلقي اللاعب النرد،

- إذا تحصل على الرقم 1 ، يسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_1، يُسجل لونها و يُعيدها إلى الصندوق U_1
- إذا تحصل على مضاعف لـ 3، يسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_2 ، يُسجل لونها و يُعيدها إلى الصندوق U_2
- إذا لم يتحصل على الرقم 1 و لم يتحصل على مضاعف لـ 3 ، يسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_3 ، يُسجل لونها و يُعيدها إلى الصندوق U_3

نعتبر الحوادث A ، B ، C و N التالية :

- A : " الحصول على الرقم 1 من رمية النرد "
- B : " الحصول على مضاعف لـ 3 من رمية النرد "
- C : " الحصول على رقم يختلف عن 1 و ليس مضاعف لـ 3 من رمية النرد "
- N : " الكرة المسحوبة سوداء "

1. أثبت أنّ احتمال الحصول على كرة سوداء يساوي $\frac{5}{3k}$
2. ما احتمال الحصول على الرقم 1 من رمية النرد علما أنّ الكرة المسحوبة هي سوداء
3. عيّن k حتى يكون احتمال سحب كرة سوداء أكبر من $\frac{1}{2}$
4. عيّن k حتى يكون احتمال سحب كرة سوداء مساويا $\frac{1}{30}$

التمرين 2

★★★☆☆ 45

الجزء الأول نعتبر الدالة g المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\ln x-x-2$

ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثمّ استنتج إشارة $g(x)$

الجزء الثاني لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي :

$$f(x)=-\frac{1}{e}x+1-\frac{\ln(x^2)}{e\,x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $f'(x)=\dfrac{g(x^2)}{e\,x^2}$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f
2. ا) احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x)+f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا
   ب) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
   ج) شكل جدول تغيّرات الدّالة f
3. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-\frac{1}{e}x+1$ مقارب لـ $(\mathcal{C}_f)$ ثمّ ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (Δ)
4. ا) أثبت أنّه يوجد مماسان للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{e}\right)$ ثمّ جد معادلة لكلّ منهما
   ب) بيّن أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث $2<\alpha<2{,}1$ و $-0{,}5<\beta<-0{,}4$
5. ارسم المماسين و المستقيم (Δ) ثمّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$
6. باستعمال المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ، عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتّى تقبل المعادلة $e\,x(1-m)=\ln(x^2)$ حلا وحيدا

التمرين 3

★★★☆☆ 35

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-4)(\bar{z}^2-2\bar{z}+4)=0$
2. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب $z_A=4$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ ، $z_C=1-i\sqrt{3}$ و $z_D=\sqrt{3}-i$
   ا) اكتب كل من z_B و z_C على الشكل الأسي ثمّ عيّن الشكل الجبري للعدد $\left(\frac{z_B}{2}\right)^{2016}$
   ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_B}{2}\right)^n=\left(\frac{z_C}{2}\right)^n$. استنتج الشكل الجبري للعدد $\left(\frac{z_C}{2}\right)^{2016}$
   ج) بيّن أنّ النقطة B هي صورة C بالدوران الذي مركزه A يطلب تعيين زاويته. استنتج طبيعة المثلث ABC
3. ا) نعتبر النقط M ذات اللاحقة z و العبارة $P(z)$ حيث : $P(z)=(z-1-i\sqrt{3})(\bar{z}-1+i\sqrt{3})$
   بيّن أن المجموعة (Γ) للنقط M حيث $P(z)=4$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها
   ب) عيّن المجموعة (Δ) للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=\sqrt{3}-i+ke^{-i\frac{\pi}{6}}$ مع $k\in\mathbb{R}$
   ج) جد معادلة ديكارتية لـ (Δ) ، ثمّ بيّن أنّ (Δ) مماس لـ (Γ) في النقطة O مبدأ المعلم